Обучающая программа по теме «Трапеция»

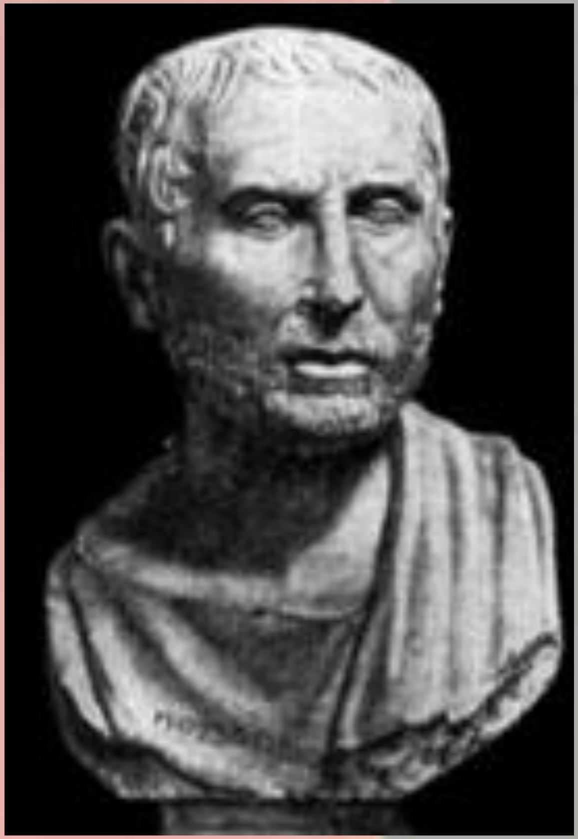
Железниченко Е.И.

Из истории

«Трапеция» происходит от греч. **trapezion** – (букв.) – столик.

Трапеция считалась доминирующей фигурой в архитектуре инков. Также на Черном море есть город Трапезунд, основанный когда-то греками из аркадского городка, тоже Трапезунда; считается, что это название могло быть дано по плосковерхой «столовой горе» над одним из этих городов.
В современном смысле термин впервые встречается у **древнегреческого** ученого **Посидония**.

Из истории



Посидоний (философ, математик и астроном, ок.135 г. дл н.э.-ок.50 г.до н.э.)
был учителем Цицерона.

Из истории

Архимед(около 287-212 до н. э.) (древнегреческий ученый, математик и механик) <u>определил центр тяжести</u> трапеции.

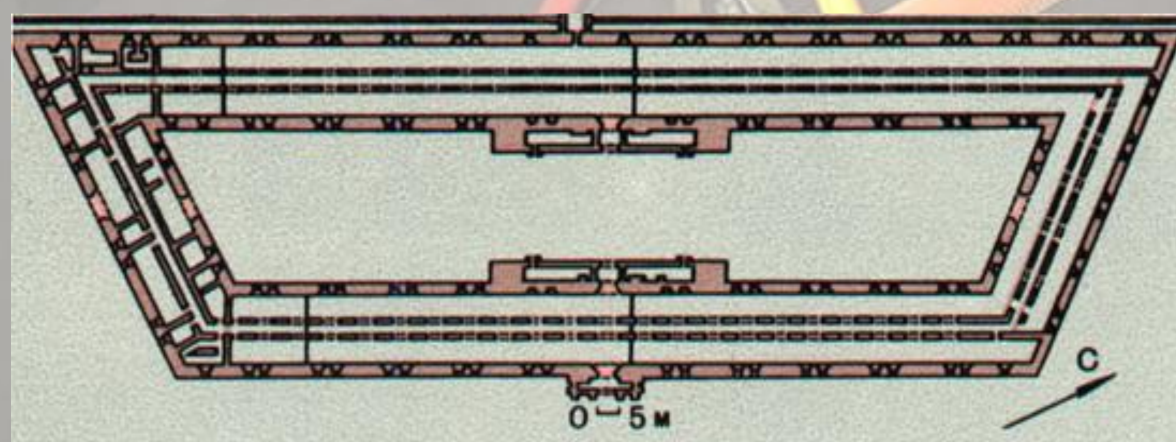
Архимед

Из истории

На территории Московского Кремля находится **здание Арсенала (Цейхгауза)**, построенное по инициативе Петра I в 1702 г, использовавшееся не только в качестве военного склада, но и как музей – хранилище военных трофеев и древнего оружия. **В плане здание имеет форму вытянутой трапеции** с большим внутренним двором, северо-западной и северо-восточной сторонами оно вплотную примыкает к крепостной стене. Самое большое сооружение Москвы петровского времени заняло северный угол территории Кремля между Троицкой и Никольской башнями.

Арсенал (Цейхгауз)

План 2-ого этажа Арсенала.



Трапеция- четырехугольник, у которого одна пара параллельных сторон.
Эти стороны называются основанием, а 2 другие – боковыми сторонами

Трапеция

произвольная

прямоугольная

равнобокая

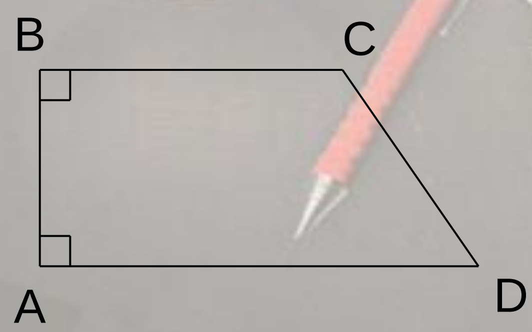
AB||CD, AB и CD –основание

AC и BD –боковые стороны

Равнобокой называется трапеция, у которой боковые стороны равны:

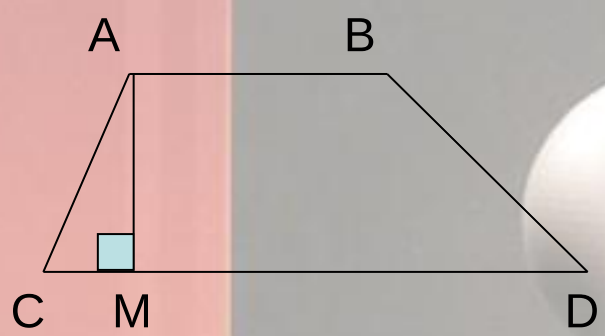
AB=CD

Прямоугольной называется трапеция , у которой одна боковая сторона перпендикулярна основанию:



<A=<B=90°

__Высотой__ трапеции называется __расстояние между основаниями__, чаще всего это отрезок перпендикуляра, опущенного из вершины меньшего основания на больший.



AM=h, <M=90°

Свойства:

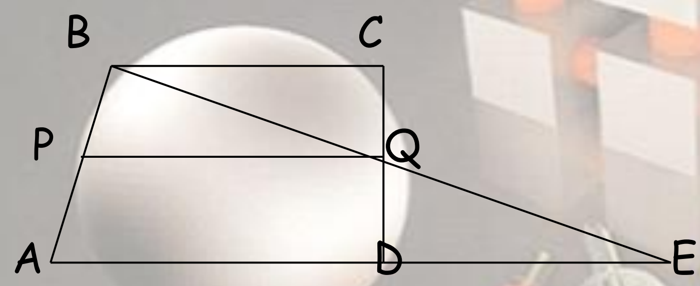
1) <u>Средней линией</u> трапеции называется отрезок, соединяющий середины боковых сторон.

Th.6.8 <u>Средняя линия</u> трапеции <u>параллельна</u> основаниям и <u>равна</u> их половине суммы.

Дано:
ABCD-трапеция
PQ-средняя линия

Д-ть:
PQ||AD
PQ= $\frac{1}{2}(AD+BC)$

Док-во:



1)(Дп)BQ $\cap$ AD=E

2)$\triangle$BCQ =$\triangle$EDQ (усу)
CQ=QD
<BQC= <EQD – вертик.
<BCQ= <EDQ – внл

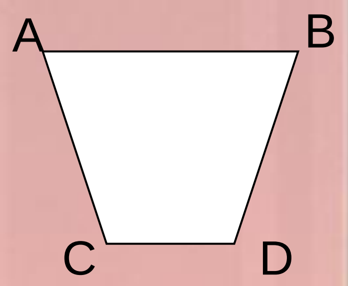
3) из п.2 => BC=DE

4) ABE, PQ – средняя линия=>
PQ||AD, PQ= $\frac{1}{2}$(AD+DE), т.к. DE=BC,
то PQ= $\frac{1}{2}(AD+BC)$

ч.т.д.

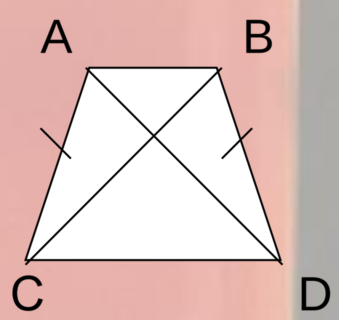
Свойства:

2) Сумма углов при боковых сторонах трапеции равна 180°



$\angle A+\angle C=180^\circ$
$\angle B+\angle D=180^\circ$

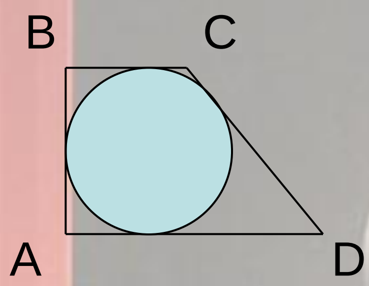
3) Диагонали равнобокой трапеции равны.



CB=AD

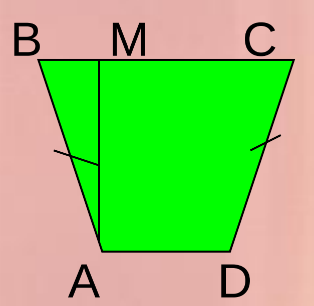
Свойства:

4) Если в трапецию можно <u>вписать окружность</u>, то <u>сумма</u> противоположных сторон <u>равна</u>.



AB+CD=AD+BC

5)В <u>равнобокой трапеции</u> <u>высота</u> отсекает на основании <u>2 отрезка</u>. Меньший равен <u>полуразности</u> оснований, больший -<u>полусумме</u>.



AM=h,

$BM=\frac{1}{2}(BC-AD)$,

$MC=\frac{1}{2}(BC+AD)$

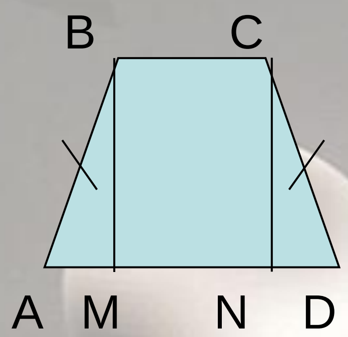
Свойства:

6) Th.6.9 У <u>равнобокой трапеции</u> углы при <u>основании</u> <u>равны</u>.

Дано:
ABCD-трапеция
AB=CD

Д-ть:
$\angle A=\angle D$
$\angle B=\angle C$

Док-во:



1) AB=CD
BM=CN
$\angle M=\angle N=90^\circ$ =>
$\triangle AMB = \triangle DNC$ => $\angle A=\angle D$

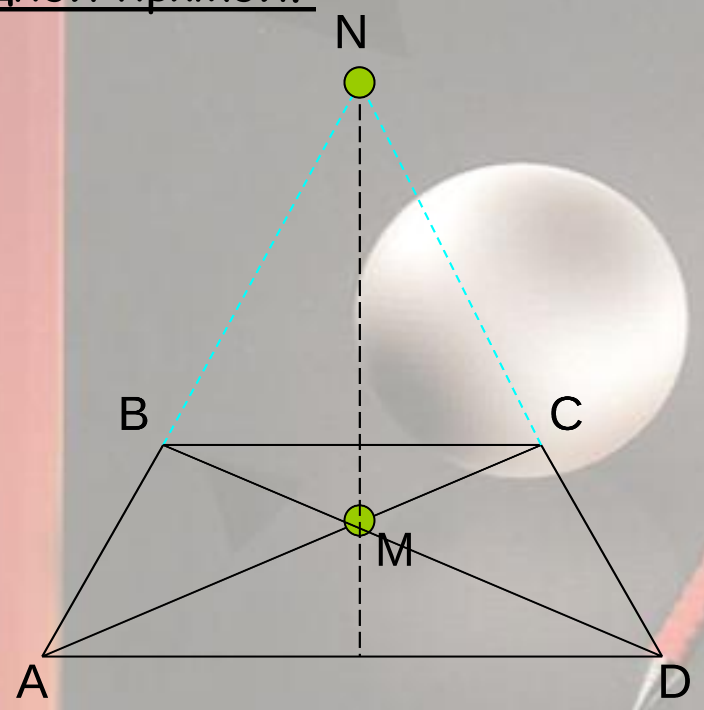
2) $\angle A+\angle B=180^\circ$
$\angle C+\angle D=180^\circ$ (по свойству)

3) $\angle B=180^\circ-\angle A$
$\angle C=180^\circ-\angle D$, т.к.
$\angle A=\angle D$ => $\angle B=\angle C$

ч.т.д.

Свойства:

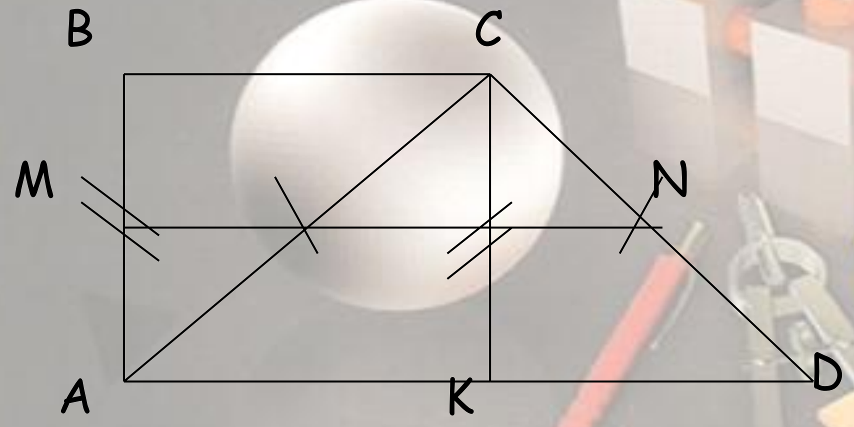
7) <u>Середины оснований</u> трапеции <u>точкой пересечения диагоналей</u> и <u>точкой пересечения продолжений боковых сторон</u> <u>лежат на одной прямой.</u>



Задачи:

1) Диагональ прямоугольной трапеции и её боковая сторона равны. Найдите среднюю линию трапеции, если высота трапеции равна 2, а боковая сторона равна 4.

Диагональ прямоугольной трапеции и её боковая сторона равны. Найдите среднюю линию трапеции, если высота трапеции равна 2, а боковая сторона равна 4.

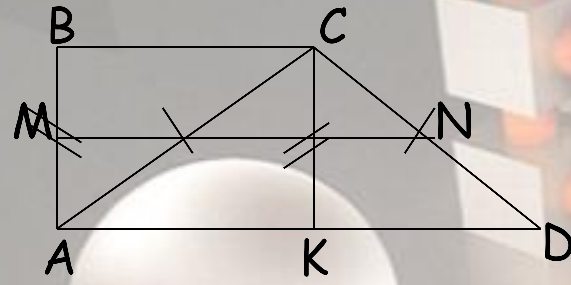


Решение:

Дано:
ABCD-трапеция
$AB \perp AD$
CK=2
AC=CD=4

MN - ?

Решение:



1) $\triangle$ACD: AC=CD=4=>$\triangle$ACD-р/б=>CK=h=l=m=>AK=KD
ABCK-прям.(т.к.$AB \perp AD$;$CK \perp AD$;BA=CK)=>BC=AK=KD

2) $\triangle$ ABC= ACK (по сус),т.к.
BC=AK;<B=<K=90°;AB=CK=2

3) $\triangle$ CKA: $AK^2 = AC^2 - CK^2$
AK =$\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ =>AD= $2\sqrt{12} = 4\sqrt{3}$

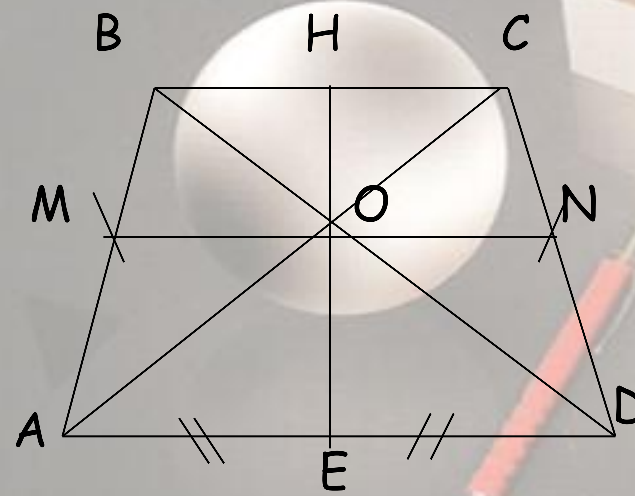
4) MN=$\frac{1}{2}(AD+BC) = \frac{1}{2}(4\sqrt{3}+2\sqrt{3}) = \frac{1}{2}*6\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$

Ответ: $3\sqrt{3}$

Задачи:

2) Диагонали равнобокой трапеции перпендикулярны друг другу. Средняя линия трапеции равна 5 см.Из меньшего основания трапеции на большее опущена высота HE, которая делит большее основание пополам. Найти высоту HE.

Диагонали равнобокой трапеции перпендикулярны друг другу. Средняя линия трапеции равна 5 см.Из меньшего основания трапеции на большее опущена высота НЕ, которая делит большее основание пополам. Найти высоту НЕ.

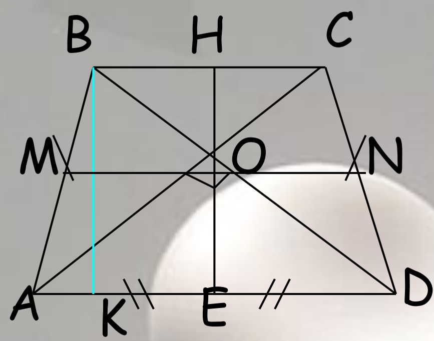


Решение:

Дано:
ABCD –р/б трап.
$AC \perp BD$
MN-ср.лин.=5 см
$HE \perp AD$
AE=ED

HE-?

Решение:



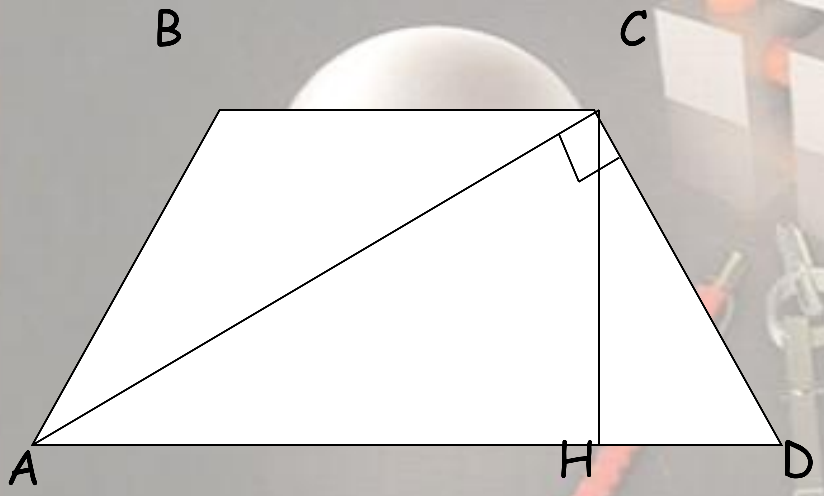
1) $\triangle$AOD:
<O=90°; AO=OD (по св-ву р/б трапеции) =>
$\triangle$AOD-р/б => <OAE=<ODE=45°
2) HE=BK=h
3) $\triangle$BKD; <K=90°=> <ODE=45 => $\triangle$KBD-р/б=> BK=KD
4) (по св-ву р/б трап.) KD=$\frac{1}{2}$(AD+BC)=>
KD=MN=5 см (т.к. MN=$\frac{1}{2}$(AD+BC)
5) KD=BK=HE=5см

Ответ: 5 см

Задачи:

3) Диагональ равнобедренной трапеции перпендикулярна боковой стороне. Найдите острые углы, большее основание трапеции, если меньшее основание равно 3, а высота трапеции равна 2 и боковые стороны.

Диагональ равнобедренной трапеции перпендикулярна боковой стороне. Найдите острые углы, большее основание трапеции, если меньшее основание равно 3, а высота трапеции равна 2 и боковые стороны.

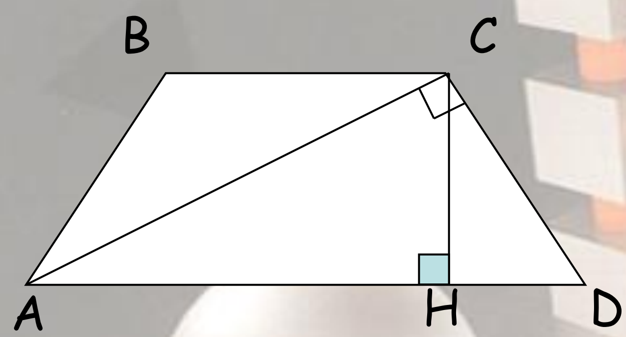


Решение:

Дано:
ABCD-р/б трап.
$AC \perp CD$
BC=3
CH=h=2

<ACD-?
AD-?
AB-?
CD-?
<ABC-?
<DCA-?

Решение:



1)рассм.$\triangle$ACD; <C=90°;
CH^2 =AH*HD=$\frac{1}{2}$(AD+BC)*$\frac{1}{2}$ (AD-BC)= $\frac{1}{4}(AD^2-BC^2)$ (по св-ву прям треуг.)

2) 4=$\frac{1}{4}$ (AD^2-BC^2)

4 = $\frac{(AD^2-9)}{4}$

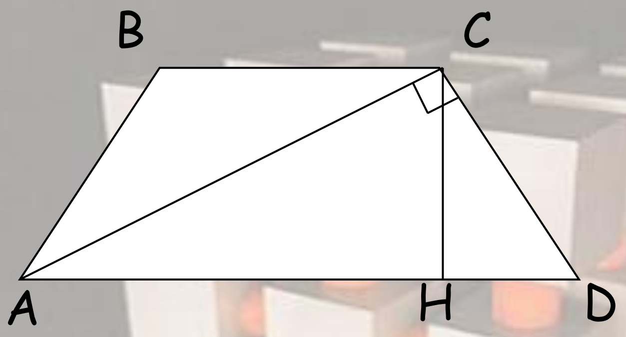
16=(AD^2-9)

AD^2=25

AD=5

3)DH= $\frac{1}{2}$(AD-BC)=$\frac{1}{2}$(5-3)=1 (по св-ву р/б трапеции)

Решение:



4) △CHD:

<H=90°;

CH=2;HD=1

tg <CDH= $\frac{CH}{HD}$

tg <CDH=2

tg2=63°26′(по табл. Брадиса)

5)т.к. ABCD-р/б трапеция => <A=<D=63°26′

6) рассм.△CHD:

CH=2,HD=1

$$CD^2 = CH^2 + HD^2$$
$$CD^2 = 4+1$$
$$CD^2 = 5$$
$$CD = \sqrt{5}$$

7) ABCD-р/б трап. => AB=$CD = \sqrt{5}$

Ответ: <A=<D=63°26′

AD=5

AB=$CD = \sqrt{5}$